

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ 2

Укрупненная группа направлений подготовки	44.00.00 Образование и педагогические науки
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины «**Математический анализ 2**» для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Профиль: Математика и информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г № 125 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений,
канд. физ.-мат. наук

А.В. Агibalова

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений.
Протокол от 26.03.2024 г. № 10.

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р пед. наук, проф.
16.04.2025 г.

Е.И. Скафа

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;
дисциплины программы бакалавриата: Алгебра, Аналитическая геометрия.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Дифференциальные уравнения, Комплексный анализ, Функциональный анализ, Теория вероятностей и математическая статистика, Дифференциальная геометрия и топология.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Профиль: Математика и информатика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.М7.5 Математический анализ 2
Часть образовательной программы	Базовая часть Предметно-методический модуль по профилю 1
Количество зачетных единиц / всего часов	6,5 / 234

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекци-онных	лабора-торных	практи-ческих	самостоя-тельной работы + контроль	всего	
Очная	2	3	34	–	34	58	126	экзамен
Очная	2	4	28	–	28	52	108	экзамен
Очная, всего			62	–	62	110	234	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Развитие у студентов абстрактного и логического мышления, математического кругозора и культуры, ознакомление с основными понятиями и методами теории

функциональных рядов, дифференциального и интегрального исчисления функций нескольких переменных, рядов Фурье.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	ОПК-8.1 Владеет специальными научными знаниями и практическими умениями.	ОПК-8.1.1. Знает основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа. ОПК-8.1.2. Умеет формулировать определения, утверждения, решать задачи дисциплины, грамотно излагать материал. ОПК-8.1.3. Аргументированно выбирает метод решения задачи, устанавливает свойства математических объектов, закономерности между ними, анализирует полученный результат.
	ОПК-8.2 Способность интегрировать специальные научные знания в педагогическую деятельность	ОПК-8.2.1. Знает методы решения стандартных задач и общие подходы к изложению материала. ОПК-8.2.2. Умеет применять теоретические знания для решения практических задач, связанных с математическим анализом. ОПК-8.2.3. Владеет способностью эффективно коммуницировать сложные концепции математического анализа, используя различные педагогические подходы и методы

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Функциональные последовательности	1.1. Сходимость, равномерная сходимость. 1.2. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей.
Раздел 2. Функциональные ряды	2.1 Поточечная сходимость функциональных рядов. 2.2. Равномерная сходимость. 2.3. Степенные ряды. 2.4. Ряд Тейлора.
Раздел 3. Евклидово пространство R^n	3.1. Различные типы множеств в R^n и их свойства. 3.2. Предел ФМП.
Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций многих переменных (ФМП)	4.1. Частные производные. 4.2. Дифференцируемость ФМП. 4.3. Производная по направлению, градиент. 4.4. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора.
Раздел 5. Экстремумы ФМП	5.1. Локальный экстремум ФМП. 5.2. Условный экстремум ФМП. 5.3. Наибольшее и наименьшее значения на

	компакте.
Раздел 6. Кратные интегралы	6.1. Замена порядка интегрирования в двойных интегралах. Вычисление сведением к повторному интегралу. 6.2. Замена переменных в двойных интегралах. 6.3 Геометрические и физические приложения. 6.4 Тройные интегралы, вычисление сведением к повторным. 6.5 Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах. 6.6 Приложения тройных интегралов.
Раздел 7. Криволинейные интегралы	7.1. Криволинейный интеграл 1 рода. 7.2. Криволинейный интеграл 2 рода.
Раздел 8. Несобственные интегралы	8.1 Несобственные интегралы от неограниченных функций. 8.2 Несобственные интегралы по бесконечному промежутку. 8.3 Собственные интегралы, зависящие от параметра. 8.4. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Интегралы Эйлера.
Раздел 9. Ряды Фурье	9.1 Разложение функции в ряд Фурье на промежутках $[-\pi, \pi]$ и $[-l, l]$. 9.2 Разложение функции в ряд Фурье на произвольном промежутке. 9.3 Разложение функции в ряд Фурье по синусам и по косинусам.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС	Всего
Раздел 1. Функциональные последовательности	4		4	8	18
Сходимость, равномерная сходимость.	2		2	4	8
Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей.	2		2	4	8
Раздел 2. Функциональные ряды	10		10	16	36
Поточечная сходимость функциональных рядов.	2		2	4	8
Равномерная сходимость.	2		2	4	8
Степенные ряды.	4		4	8	16
Ряд Тейлора.	2		2	6	10
Раздел 3. Евклидово пространство R^n	2		2	2	6
Различные типы множеств в R^n и их свойства.	1		1	3	5
Предел ФМП.	1		1	2	4
Раздел 4. Дифференциальное исчисление	10		10	18	38

функций многих переменных (ФМП)					
Частные производные.	4		4	8	16
Дифференцируемость ФМП.	2		2	4	8
Производная по направлению, градиент.	2		2	4	8
Производные и дифференциалы высших порядков, формула Тейлора.	2		2	6	10
Раздел 5. Экстремумы ФМП	8		8	14	30
Локальный экстремум ФМП.	4		4	4	12
Условный экстремум ФМП.	2		2	6	10
Наибольшее и наименьшее значения на компакте.	2		2	4	8
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	34		34	58	126

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 4

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС	Всего
Раздел 6. Кратные интегралы	10		10	14	34
Замена порядка интегрирования в двойных интегралах. Вычисление сведением к повторному интегралу.	2		2	4	8
Замена переменных в двойных интегралах.	1		1	2	4
Геометрические и физические приложения.	2		2	4	8
Тройные интегралы, вычисление сведением к повторным.	1		2	2	5
Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах.	2		1	4	7
Приложения тройных интегралов.	2		2	4	8
Раздел 7. Криволинейные интегралы	6		6	10	22
Криволинейный интеграл 1 рода.	2		4	6	12
Криволинейный интеграл 2 рода.	4		2	4	10
Раздел 8. Несобственные интегралы	6		8	14	28
Несобственные интегралы от неограниченных функций.	2		2	4	8
Несобственные интегралы по бесконечному промежутку.	2		2	4	8
Собственные интегралы, зависящие от параметра.	1		2	2	5
Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Интегралы Эйлера.	1		2	4	7
Раздел 9. Ряды Фурье	6		4	14	24
Разложение функции в ряд Фурье на промежутках $[-\pi, \pi]$ и $[-l, l]$.	2		2	6	10
Разложение функции в ряд Фурье на произвольном промежутке.	2		1	4	7
Разложение функции в ряд Фурье по синусам и по косинусам.	2		1	4	7
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	28	--	28	52	108
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	62	--	62	110	234

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Поточечная сходимость функциональной последовательности.
2. Равномерная сходимость функциональной последовательности. Критерий Коши.

Раздел 2

3. Поточечная сходимость функционального ряда.
4. Равномерная сходимость функционального ряда. Критерий Коши и признак Вейерштрасса.
5. Признаки Дирихле, Лейбница и Абеля равномерной сходимости функционального ряда.
6. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей и рядов.

7. Степенные ряды, свойства, радиус и интервал сходимости.
8. Ряд Тейлора.

Раздел 3

9. Топология пространства R^n .
10. Типы множеств в R^n .

Раздел 4

11. Функции нескольких переменных, предел, непрерывность, свойства.
12. Частные производные, дифференциал, дифференцируемость.
13. Производная по направлению, градиент.
14. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
15. Формула Тейлора для ФМП.

Раздел 5

16. Локальный экстремум ФМП.
17. Условный экстремум ФМП.
18. Наибольшее и наименьшее значения ФМП на компакте.

Раздел 6

19. Интеграл по параллелепипеду, свойства, вычисление.
20. Интеграл по ограниченному множеству, свойства.
21. Вычисление интеграла по правильному множеству.
22. Замена переменных в кратном интеграле Римана.

Раздел 7

23. Спрямолинейные кривые, естественная параметризация.
24. Криволинейный интеграл первого рода, свойства, вычисление.
25. Криволинейный интеграл второго рода, свойства, вычисление.
26. Формула Грина, независимость от формы пути интегрирования.

Раздел 8

27. Несобственные интегралы по неограниченному промежутку, вычисление, признак, критерий и необходимое условие сходимости.
28. Абсолютная и неабсолютная сходимость несобственного интеграла. Признаки сходимости.
29. Несобственный интеграл от неограниченной функции, вычисление, признаки сходимости, другие случаи.
30. Интеграл с параметром, свойства.
31. Несобственный интеграл с параметром, свойства, равномерная сходимость.
32. Непрерывность, интегрируемость, дифференцируемость интеграла с параметром.

33. Функции Эйлера, свойства, применение.

Раздел 9

34. Ряды Фурье, необходимое, достаточные условия разложения.

35. Разложение функции в ряд Фурье на промежутках $[-\pi, \pi]$ и $[-l, l]$.

36. Разложение функции в ряд Фурье на произвольном промежутке.

37. Разложение функции в ряд Фурье по синусам и по косинусам.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике темам:

Функциональные последовательности и ряды (исследование функциональных последовательностей на сходимость и равномерную сходимость; исследование функциональных и степенных рядов на сходимость; вычисление радиуса сходимости и интервала сходимости степенного ряда; разложение функции в ряд Тейлора (Маклорена)).

Дифференциальное исчисление функций многих переменных: характеристика множеств (открытое, замкнутое, ограниченное, выпуклое, компактное, область); нахождение частных производных разных порядков; нахождение дифференциалов первого и второго порядка; исследование функции многих переменных на локальный экстремум; исследование на условный экстремум; составление уравнений касательной и нормали к кривой.

Кратные интегралы: расстановка пределов интегрирования, замена порядка интегрирования; переход в двойном интеграле в полярную систему координат, в тройном – в цилиндрическую и сферическую систему координат; вычисление двойного, тройного интегралов, вычисление объемов.

Криволинейные интегралы: вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода; применение формулы Грина; применение криволинейных интегралов.

Несобственные интегралы и ряды Фурье: исследование на сходимость несобственных интегралов; вычисление интегралов, в том числе при помощи Γ и B -функций, разложение функций в ряд Фурье.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по изученным темам с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

В каждом из семестров, в зависимости от ведения учебного процесса в традиционном (очном) формате или с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может включать теоретические вопросы (из приведенного выше списка или более детализированные) и (или) практические задания по изученным в данном семестре темам (см. выше типы задач), за исключением, возможно, четвертого семестра, в который включаются основные темы и типы задач по всей дисциплине

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 3

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-2	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	45
	Контрольная работа по теоретическому материалу	45
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

8.1.Семестр 4

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
3-6	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	45
	Контрольная работа по теоретическому материалу	45
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Кудрявцев, Лев Д. Курс математического анализа: В 3 т.: [Учеб. для физ.-мат. и инж.-физ. специальностей вузов]. Т. 1,2,3 / Л. Д. Кудрявцев. - 2. изд. - М.: Высш. шк., 1988.
2. Сборник задач по математическому анализу: [Учеб. пособие для инж.-техн. специальностей вузов]. Т. 1,2,3 / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. - М. : Наука, 1984-2003.

10.2. Дополнительная литература

3. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов / Б. П. Демидович. - М. : АСТ : Астрель, [2009]. - 558 с.
4. Машаров, П. А. Введение в анализ [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / П. А. Машаров ; - Донецк : [ДонНУ], 2017.
5. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа: Учебник для механ.-мат. фак. гос. ун-тов и учеб. пособие для физ.-мат. фак. пед. ин-тов : В 2 т. / Г. М. Фихтенгольц. - 5. изд. - М. : Наука, 1968.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. ЭБС Юрайт: электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. Электронно-библиотечная система ДонГУ: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. Электронный каталог Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. Электронный архив ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).